Une approche combinant bornes stochastiques, traces et histogrammes pour l'analyse de performance des réseaux [1]

F. Aït Salaht [1] H. Castel Taleb [2] J.M. Fourneau [1]
N. Pekergin [3]

[1]PRiSM, Univ. Versailles St Quentin, UMR CNRS 8144, Versailles France

[2]SAMOVAR, UMR 5157, Télécom Sud Paris, Evry, France

[3]LACL, Univ. Paris Est, Créteil, France

MSR 2013, Novembre 2013

Projet Digiteo : MARINA & Projet MARMOTE

Sommaire

Sommaire

Motivation

- Analyser les performances d'un réseau sous des trafics généraux issus de traces réelles

Motivation

• Analyser les performances d'un réseau sous des trafics généraux issus de traces réelles

- **Problème :**
  - Chaînes de Markov à espace d'état très grand
  - Solution exacte est très difficile voir impossible

Motivation

• Analyser les performances d'un réseau sous des trafics généraux issus de traces réelles

- **Problème :**
  - Chaînes de Markov à espace d'état très grand
  - Solution exacte est très difficile voir impossible
- **Proposition :**

Appliquer la méthode de bornes stochastiques pour l'analyse de performance du réseau par une représentation en histogramme du trafic

- Approche par histogramme
- La théorie de bornes stochastiques pour réduire la taille de la distribution

Borne stochastique $\Longrightarrow$ le résultat est une borne de la distribution exacte

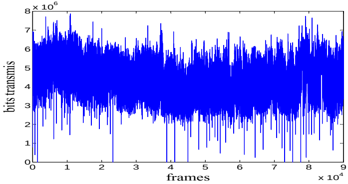
$\Longrightarrow$ Bornes sur les mesures de performance

- Contrôler la taille des distributions $\Longrightarrow$ Contrôler la complexité

Sommaire

Description du modèle de file d'attente

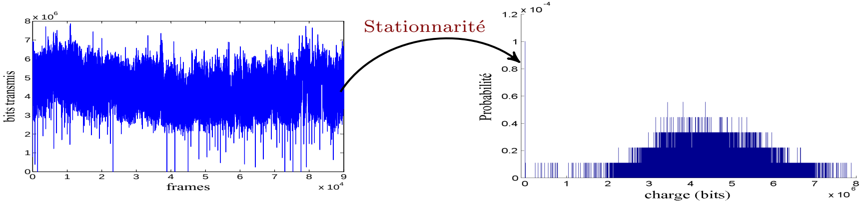
- **Trace du trafic utilisé comme exemple :**



- Trace du trafic MAWI correspondant à une heure de mesure de trafic IP
  9 janvier 2007 entre 12h et 13h
- Échantillonnage avec une période de 40 *ms*

Description du modèle de file d'attente

- **Trace du trafic utilisé comme exemple :**

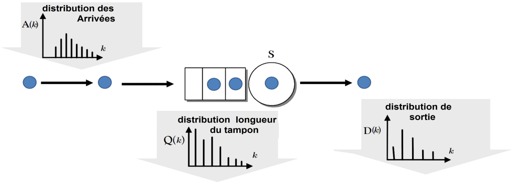


- Trace du trafic MAWI correspondant à une heure de mesure de trafic IP
  9 janvier 2007 entre 12h et 13h
- Échantillonnage avec une période de 40 *ms*

- Représentation en histogramme
- Nombre de bins est de 80511

Description du modèle de file d'attente

- **Modèle de file d'attente :**



Le trafic en entrée est stationnaire et i.i.d. ($A(t) = \mathcal{A}$).

Équations d'évolution

- Équation de récurrence sur la longueur du tampon :

$$Q(k) = \mathtt{min}(B, (Q(k-1) + \mathcal{A} - S)^+), \quad k \in \mathbb{N}. \tag{1}$$

- Distribution de sortie :

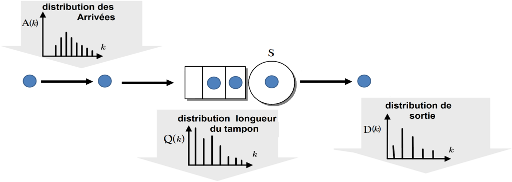
$$D(k) = \mathtt{min}(S, Q(k-1) + \mathcal{A}), \quad k \in \mathbb{N}. \tag{2}$$

  - Chaîne de Markov à temps discret.

Hypothèse : chaînes de Markov ergodiques.

Description du modèle de file d'attente

- **Modèle de file d'attente :**



Le trafic en entrée est stationnaire et i.i.d. $(A(t) = \mathcal{A})$.

Équations d'évolution

- Équation de récurrence sur la longueur du tampon :

$$Q(k) = \mathtt{min}(B, (Q(k-1) + \mathcal{A} - S)^{+}), \quad k \in \mathbb{N}. \tag{1}$$

- Distribution de sortie :

$$D(k) = \mathtt{min}(S, Q(k-1) + \mathcal{A}), \quad k \in \mathbb{N}. \tag{2}$$

- Inconvénients : Calcul trop coûteux $\longrightarrow$ Histogramme trop grand

Méthode HBSP : Histogram Buffer Stochastic Process

Modèle d'Hernández et *al.* (2007)

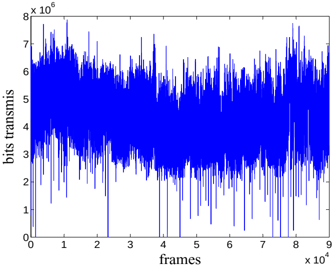
Objectif : Réduire la taille de la trace initiale $\Longrightarrow$ Accélérer le temps de calcul.

Méthode HBSP : Histogram Buffer Stochastic Process

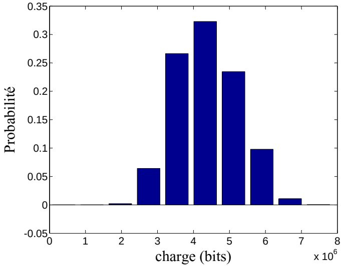
Modèle d'Hernández et *al.* (2007)

Objectif : Réduire la taille de la trace initiale $\Longrightarrow$ Accélérer le temps de calcul.

Méthode : Diviser l'espace d'état ($|\mathcal{H}| = N$) en K sous-intervalles (bins), $K << N$.
Exemple :



Trace de trafic MAWI



Histogramme HBSP avec K=10 bins

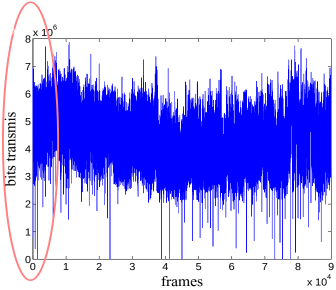
Méthode HBSP : Histogram Buffer Stochastic Process

Modèle d'Hernández et *al.* (2007)

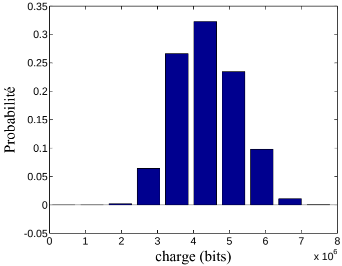
Objectif : Réduire la taille de la trace initiale$\Longrightarrow$ Accélérer le temps de calcul.

Méthode : Diviser l'espace d'état ($|\mathcal{H}| = N$) en K sous-intervalles (bins), $K << N$.

Exemple :



Trace de trafic MAWI



Histogramme HBSP avec K=10 bins

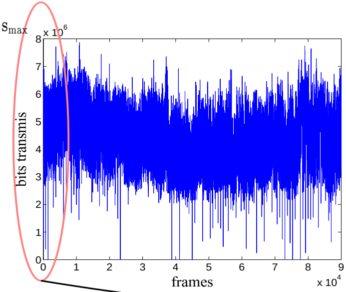
Méthode HBSP : Histogram Buffer Stochastic Process

Modèle d'Hernández et *al.* (2007)

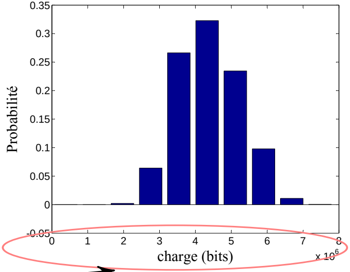
Objectif : Réduire la taille de la trace initiale $\Longrightarrow$ Accélérer le temps de calcul.

Méthode : Diviser l'espace d'état ($|\mathcal{H}| = N$) en K sous-intervalles (bins), $K << N$.

Exemple :



$$l = \frac{S_{max}}{K}$$



Trace de trafic MAWI

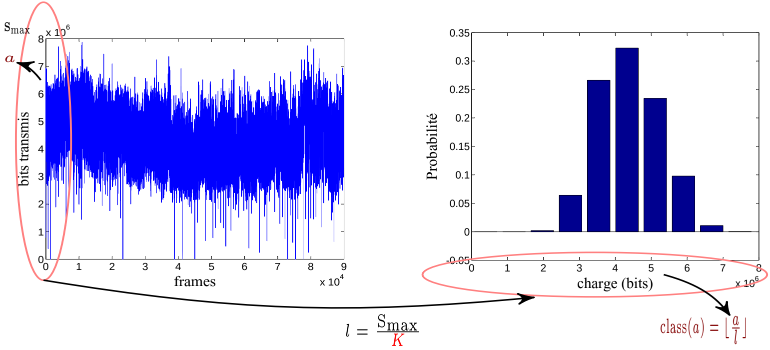
Histogramme HBSP avec K=10 bins

Méthode HBSP : Histogram Buffer Stochastic Process

Modèle d'Hernández et *al.* (2007)

Objectif : Réduire la taille de la trace initiale $\Longrightarrow$ Accélérer le temps de calcul.

Méthode : Diviser l'espace d'état ($|\mathcal{H}| = N$) en K sous-intervalles (bins), $K << N$.
Exemple :



Trace de trafic MAWI

Histogramme HBSP avec K=10 bins

Méthode HBSP : Histogram Buffer Stochastic Process

Processus stochastique : file d'attente HD/D/1/B

Distribution de la longueur du tampon :

$$Q(k) = \Phi_{\hat{S}}^{\hat{B}}(Q(k-1) \otimes \mathcal{A}).$$

Où, $\hat{S} = \mathit{class}(S)$, $\hat{B} = \mathit{class}(B)$, $\otimes$: opérateur de convolution des distributions et Φ est un opérateur bornant.

Méthode HBSP : Histogram Buffer Stochastic Process

Processus stochastique : file d'attente HD/D/1/B

Distribution de la longueur du tampon :

$$Q(k) = \Phi_{\hat{S}}^{\hat{B}}(Q(k-1) \otimes \mathcal{A}).$$

Où, $\hat{S} = class(S)$, $\hat{B} = class(B)$, $\otimes$: opérateur de convolution des distributions et Φ est un opérateur bornant.

Soient X et Y deux variables aléatoires discrètes définies sur $\mathcal{G}_X$ et $\mathcal{G}_Y$ resp. avec $|\mathcal{G}_X| = l_X$ et $|\mathcal{G}_Y| = l_Y$.

Proposition : Complexité de la convolution

- La convolution des distributions génère une distribution avec au plus $l_X \times l_Y$ états.
- Et requière : $O(l_X \times l_Y)$ opérations (+) approche naïve;

  $O((l_X + l_Y) log(l_X + l_Y))$ en utilisant la FFT.

Méthode HBSP : Histogram Buffer Stochastic Process

Processus stochastique : file d'attente HD/D/1/B

Distribution de la longueur du tampon :

$$Q(k) = \Phi_{\hat{S}}^{\hat{B}}(Q(k-1) \otimes \mathcal{A}).$$

Où, $\hat{S} = class(S)$, $\hat{B} = class(B)$, $\otimes$: opérateur de convolution des distributions et Φ est un opérateur bornant.

Soient X et Y deux variables aléatoires discrètes définies sur $\mathcal{G}_X$ et $\mathcal{G}_Y$ resp. avec $|\mathcal{G}_X| = l_X$ et $|\mathcal{G}_Y| = l_Y$.

Proposition : Complexité de la convolution

- La convolution des distributions génère une distribution avec au plus $l_X \times l_Y$ états.
- Et requière : $O(l_X \times l_Y)$ opérations (+) approche naïve;
  $O((l_X + l_Y)log(l_X + l_Y))$ en utilisant la FFT.

Propriétés

- Méthode approximative
- Considère un seul nœud utilisant des traces de trafic réelles

Méthode HBSP : Histogram Buffer Stochastic Process

Processus stochastique : file d'attente HD/D/1/B

Distribution de la longueur du tampon :

$$Q(k) = \Phi_{\hat{S}}^{\hat{B}}(Q(k-1) \otimes \mathcal{A}).$$

Où, $\hat{S} = class(S)$, $\hat{B} = class(B)$, $\otimes$: opérateur de convolution des distributions et Φ est un opérateur bornant.

Soient X et Y deux variables aléatoires discrètes définies sur $\mathcal{G}_X$ et $\mathcal{G}_Y$ resp. avec $|\mathcal{G}_X| = l_X$ et $|\mathcal{G}_Y| = l_Y$.

Proposition : Complexité de la convolution

- La convolution des distributions génère une distribution avec au plus $l_X \times l_Y$ états.
- Et requière : $O(l_X \times l_Y)$ opérations (+) approche naïve;
  $O((l_X + l_Y)log(l_X + l_Y))$ en utilisant la FFT.

Propriétés

- Méthode approximative
- Considère un seul nœud utilisant des traces de trafic réelles
- Différence entre deux distributions successives n'est pas un test de convergence suffisant.

Sommaire

Bornes stochastiques

- Soit $\mathcal{G} = \{1, 2, \ldots, n\}$ un espace d'état fini. ▶ X, Y : distributions discrètes sur $\mathcal{G}$;
- $p_X(i) = prob(X = i)$ et $p_Y(i) = prob(Y = i)$ pour $i \in \mathcal{G}$.

Propriété sur l'ordre stochastique $\leq_{st}$

- **Définition de l'ordre** $\leq_{st}$: $\quad X \leq_{st} Y \;\; ssi \quad \sum_{k=i}^{n} p_X(k) \leq \sum_{k=i}^{n} p_Y(k), \qquad \forall i.$
- **Comparaison de fonctions non décroissantes** :

$$X \leq_{st} Y \iff \mathbb{E}[f(X)] \leq \mathbb{E}[f(Y)]$$

pour toute fonction non décroissante $f : \mathcal{G} \rightarrow \mathbb{R}^+$ à condition que les espérances existent.

Bornes stochastiques

- Soit $\mathcal{G} = \{1, 2, \ldots, n\}$ un espace d'état fini.
- X, Y : distributions discrètes sur $\mathcal{G}$;
- $p_X(i)$ =$prob(X = i)$ et $p_Y(i)$ =$prob(Y = i)$ pour $i \in \mathcal{G}$.

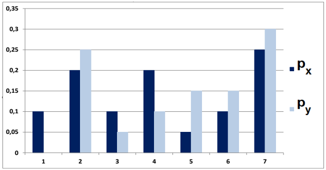
Propriété sur l'ordre stochastique $\leq_{st}$

- **Définition de l'ordre $\leq_{st}$:** $X \leq_{st} Y$ *ssi* $\sum_{k=i}^{n} p_X(k) \leq \sum_{k=i}^{n} p_Y(k), \quad \forall i.$
- **Comparaison de fonctions non décroissantes :**

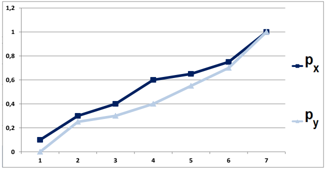
$$X \leq_{st} Y \iff \mathbb{E}[f(X)] \leq \mathbb{E}[f(Y)]$$

pour toute fonction non décroissante $f : \mathcal{G} \rightarrow \mathbb{R}^+$ à condition que les espérances existent.

Exemple : Nous considéons $\mathcal{G} = \{1, 2, \ldots, 7\}$,
$\boldsymbol{p}_X = [0.1, 0.2, 0.1, 0.2, 0.05, 0.1, 0.25]$ et $\boldsymbol{p}_Y = [0, 0.25, 0.05, 0.1, 0.15, 0.15, 0.3]$.



The pmf of a discrete distributions X and Y



Cumulative distribution functions

Bornes sur les histogrammes de trafic

Hypothèses

Nous considérons

$\boldsymbol{d}$: Distribution de probabilités discrète sur un espace d'état totalement ordonné $\mathcal{H}$, $|\mathcal{H}| = N$, $\boldsymbol{d}(i) > 0$ *for* $i \in \mathcal{H}$.

$\boldsymbol{r}$: fonction de récompense positive croissante, $R[\boldsymbol{d}] = \sum \boldsymbol{r}(i)\boldsymbol{d}(i)$.

Bornes sur les histogrammes de trafic

Hypothèses

Nous considérons

$\boldsymbol{d}$: Distribution de probabilités discrète sur un espace d'état totalement ordonné $\mathcal{H}$, $|\mathcal{H}| = N$, $\boldsymbol{d}(i) > 0$ for $i \in \mathcal{H}$.
$\boldsymbol{r}$: fonction de récompense positive croissante, $R[\boldsymbol{d}] = \sum \boldsymbol{r}(i)\boldsymbol{d}(i)$.

Déterminer *d1* et *d2* tel que :

1. $\boldsymbol{d2} \leq_{st} \boldsymbol{d} \leq_{st} \boldsymbol{d1}$;
2. ***d1*** et ***d2*** ont exactement K états (pas nécessairement le même);
3. $\sum_{i \in \mathcal{H}} \boldsymbol{r}(i)\boldsymbol{d}(i) - \sum_{i \in \mathcal{H}^l} \boldsymbol{r}(i)\boldsymbol{d2}(i)$ est minimal pour les distributions bornes infrieures de $\boldsymbol{d}$ avec K états;
4. $\sum_{i \in \mathcal{H}^u} \boldsymbol{r}(i)\boldsymbol{d}1(i) - \sum_{i \in \mathcal{H}} \boldsymbol{r}(i)\boldsymbol{d}(i)$ est minimal pour les distributions bornes suprieures $\boldsymbol{d}$ avec K états;

Bornes sur les histogrammes de trafic

Algorithme optimal basé sur la programmation dynamique

- Problème de théorie des graphes.
- On considère un graphe pondéré $G = (V, E)$ avec :
  - **Borne inférieure:** $w(e) = \sum_{j \in \mathcal{H}: u < j < v} \boldsymbol{d}(j)(\boldsymbol{r}(j) - \boldsymbol{r}(u))$
  - **Borne supérieure :** $w(e) = \sum_{j \in \mathcal{H}: u < j < v} \boldsymbol{d}(j)(\boldsymbol{r}(v) - \boldsymbol{r}(j))$

Bornes sur les histogrammes de trafic

Algorithme optimal basé sur la programmation dynamique

- Problème de théorie des graphes.
- On considère un graphe pondéré $G = (V, E)$ avec :
  - **Borne inférieure:** $w(e) = \sum_{j \in \mathcal{H}: u<j<v} \boldsymbol{d}(j)(\boldsymbol{r}(j) - \boldsymbol{r}(u))$
  - **Borne supérieure :** $w(e) = \sum_{j \in \mathcal{H}: u<j<v} \boldsymbol{d}(j)(\boldsymbol{r}(v) - \boldsymbol{r}(j))$

Calcul de la borne optimale $\equiv$ Calculer le plus court chemin dans le graphe G avec K nœuds ($K << N$).

- La masse de probabilités des nœuds supprimés est sommée avec
  - **Borne inférieure :** Les prédécesseurs immédiats
  - **Borne supérieure :** Les successeurs immédiats

Bornes sur les histogrammes de trafic

Algorithme optimal basé sur la programmation dynamique

- Problème de théorie des graphes.
- On considère un graphe pondéré $G = (V, E)$ avec :
  - **Borne inférieure:** $w(e) = \sum_{j \in \mathcal{H}: u < j < v} \boldsymbol{d}(j)(\boldsymbol{r}(j) - \boldsymbol{r}(u))$
  - **Borne supérieure :** $w(e) = \sum_{j \in \mathcal{H}: u < j < v} \boldsymbol{d}(j)(\boldsymbol{r}(v) - \boldsymbol{r}(j))$

Calcul de la borne optimale $\equiv$ Calculer le plus court chemin dans le graphe G avec K nœuds ($K << N$).

- La masse de probabilités des nœuds supprimés est sommée avec
  - **Borne inférieure :** Les prédécesseurs immédiats
  - **Borne supérieure :** Les successeurs immédiats

Complexité : $O(N^2 K)$ et cubique quand K est de même ordre que N.

Exemple : Borne supérieure optimale

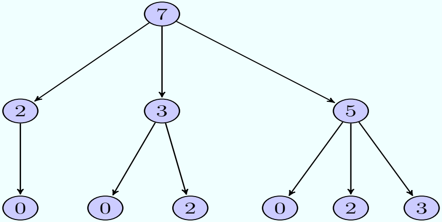
On considère

- Distribution discrète $\mathcal{A} = (\mathbf{A}, p(\mathbf{A}))$ avec $\mathbf{A} = \{0, 2, 3, 5, 7\}$ et $p(\mathbf{A}) = [0.05, 0.3, 0.15, 0.2, 0.3]$

- Fonction de récompense $\boldsymbol{r}$: $\forall\, a_i \in \mathbf{A}$, $\boldsymbol{r}(a_i) = a_i$,

$R[\mathcal{A}] = \sum_{a_i \in \mathbf{A}} \boldsymbol{r}(a_i)\, p_{\mathbf{A}}(i) = 4.15.$

► Calculer la borne optimale supérieure $\overline{\mathcal{A}}$ sur 3 états tel que $R[\overline{\mathcal{A}}] - R[\mathcal{A}]$ est minimale.



Exemple : Borne supérieure optimale

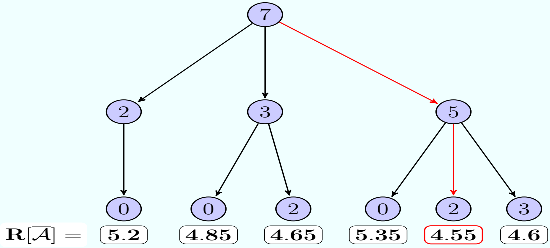
On considère

- Distribution discrète $\mathcal{A} = (\mathbf{A}, p(\mathbf{A}))$ avec $\mathbf{A} = \{0, 2, 3, 5, 7\}$ et $p(\mathbf{A}) = [0.05, 0.3, 0.15, 0.2, 0.3]$

- Fonction de récompense $\boldsymbol{r}$: $\forall\, a_i \in \mathbf{A}$, $\boldsymbol{r}(a_i) = a_i$,

$R[\mathcal{A}] = \sum_{a_i \in \mathbf{A}} \boldsymbol{r}(a_i)\, p_{\mathbf{A}}(i) = 4.15$.

▶ Calculer la borne optimale supérieure $\overline{\mathcal{A}}$ sur 3 états tel que $R[\overline{\mathcal{A}}] - R[\mathcal{A}]$ est minimale.



$\overline{\mathcal{A}} = (\overline{\mathbf{A}}, p(\overline{\mathbf{A}}))$ with $\overline{\mathbf{A}} = \{2, 5, 7\}$, $p(\overline{\mathbf{A}}) = [0.35, 0.35, 0.3]$ and $R[\overline{\mathcal{A}}] = 4.55$.

Résultats théoriques

Objectif : Bornes stochastiques sur le processus d'entrée $\Longrightarrow$ bornes sur les mesures de performance.

Nous avons montré les principaux résultats suivants :

Monotonie

$$\text{If } A(k) \leq_{st} A^U(k), \forall k \geq 0, \text{ alors } Q(k) \leq_{st} Q^U(k), \forall k \geq 0$$

et

$$\text{If } A(k) \leq_{st} A^U(k), \forall k \geq 0, \text{ alors } D(k) \leq_{st} D^U(k), \forall k \geq 0.$$

Également vrai pour les processus stationnaires.

Résultats théoriques

Objectif : Bornes stochastiques sur le processus d'entrée $\Longrightarrow$ bornes sur les mesures de performance.

Nous avons montré les principaux résultats suivants :

Monotonie

$$\text{If } \; A(k) \leq_{st} A^U(k), \forall k \geq 0, \; \text{ alors } \; Q(k) \leq_{st} Q^U(k), \forall k \geq 0$$

et

$$\text{If } \; A(k) \leq_{st} A^U(k), \forall k \geq 0, \; \text{ alors } \; D(k) \leq_{st} D^U(k), \forall k \geq 0.$$

Également vrai pour les processus stationnaires.

Test de convergence proposé

Supposons que la chaîne est ergodique et que l'état stationnaire est π.

$$Q^L(k) \leq_{st} Q^L(k+1) \leq_{st} \pi \leq_{st} Q^U(k+1) \leq_{st} Q^U(k).$$

Si $||Q^U(k+1) - Q^L(k+1)||_\infty < \epsilon$ la limite de $Q^L(k)$ et $Q^U(k)$ est π.

Sommaire

Exemples à partir de traces réelles

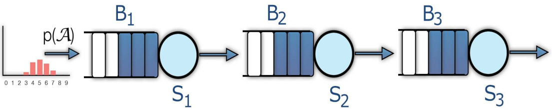
Objectif :
Comparer les différentes méthodes (résultat exact, méthode HBSP et nos bornes).

1- File simple

- Influence du nombre de bins sur la précision des résultats
- Relation entre la taille du tampon et certaines mesures de performance

2- Réseau de files d'attente

On considère le réseau en tandem suivant

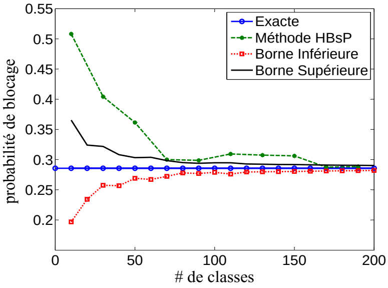


Nombre de bins vs précision : Paramètres QoS en utilisant la trace de trafic MAWI

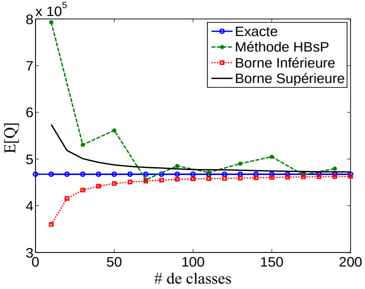
1- File simple

Nombre de bins vs précision : Paramètres QoS en utilisant la trace de trafic MAWI

1- File simple

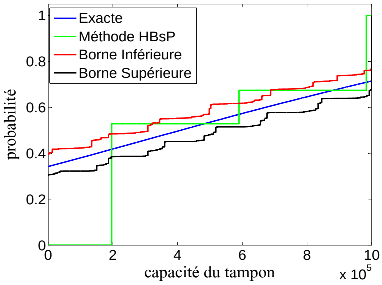


(c) Probabilités de blocage

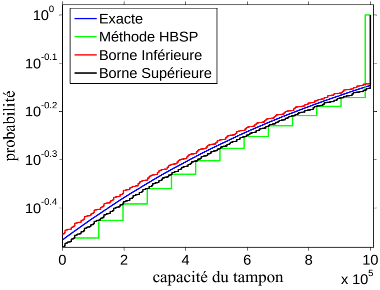


(d) Moyenne de la longueur du tampon

Influence du nombre de bins sur la précision des résultats



(e) bins=20



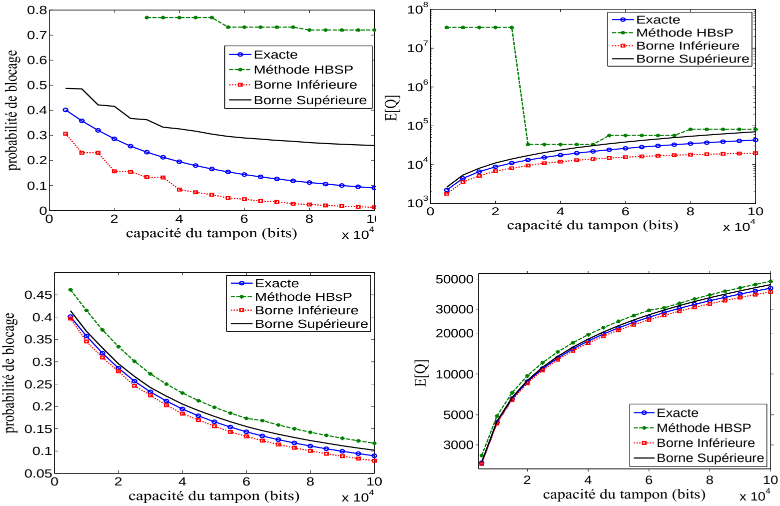
(f) bins=100

Distribution de probabilités cumulée (cdf) de la longueur du tampon sous la trace MAWI

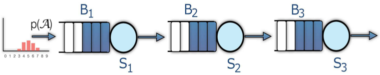
Paramètres QoS en utilisant la trace de trafic CAIDA OC-48

bins = 10

bins = 100

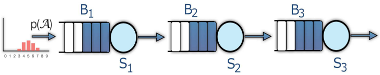


2- Réseau de file d'attente : Réseau en tandem



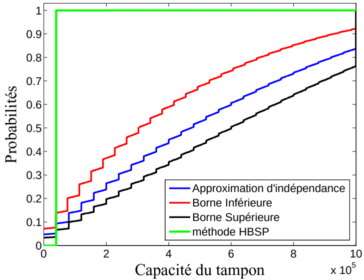
- Hypothèse : indépendance (approximation)
- Chaque file est analysée séparément
- Monotonie $\Longrightarrow$ borne à chaque étape intermédiaire

2- Réseau de file d'attente : Réseau en tandem

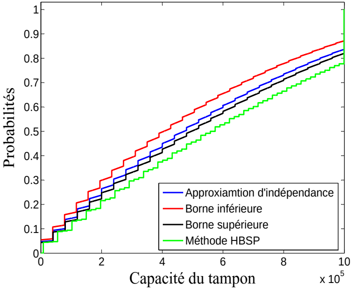


- Hypothèse : indépendance (approximation)
- Chaque file est analysée séparément
- Monotonie $\Longrightarrow$ borne à chaque étape intermédiaire

Distribution de probabilités cumulée de la longueur du tampon de la file 3.



bins=100



bins=500

Sommaire

Conclusion

- Proposer une nouvelle approche basée sur les bornes stochastiques;
- Deriver des bornes sur différentes mesures de performance : probabilités de blocage, occupation du tampon. . .
- Les bornes sur les performances sont très pertinentes pour le dimensionnement d'une file d'attente.

Notre méthode nous permet de

- Contrôler la taille des distributions;
- Compromis entre la précision et la complexité en changent la taille des distributions.

Perspectives :

► Considérer des topologies plus générales et des capacités de services décrites par des histogrammes;

► Étendre la théorie en considérant des flux non stationnaires.

Merci pour votre attention