Approche par bornes stochastiques et histogrammes pour l'analyse de performance des réseaux [1]

Farah AIT SALAHT [1]

Sous la direction de : H. Castel, J.M. Fourneau et N. Pekergin

[1]PRiSM, Univ. Versailles St Quentin, UMR CNRS 8144, Versailles France

10ème Atelier en Evaluation de Performances,
11-13 juin 2014

Projet Digiteo : MARINA & Projet MARMOTE

Sommaire

Motivation

Description du modèle de file d'attente

Notre méthodologie

Exemples à partir de traces réelles

Conclusion

Sommaire

Motivation

Description du modèle de file d'attente

Notre méthodologie

Exemples à partir de traces réelles

Conclusion

Motivation

- Analyser les performances d'un réseau sous des trafics généraux issus de traces réelles

Motivation

• Analyser les performances d'un réseau sous des trafics généraux issus de traces réelles

- **Problème :**
  - Chaînes de Markov à espace d'état très grand
  - Solution exacte est très difficile voir impossible
  - Calcul numérique rapide impossible (complexité)

Motivation

• Analyser les performances d'un réseau sous des trafics généraux issus de traces réelles

- **Problème :**
  - Chaînes de Markov à espace d'état très grand
  - Solution exacte est très difficile voir impossible
  - Calcul numérique rapide impossible (complexité)

- **Approches existantes :**
  - Modélisation par une loi de probabilité connue
  - Représentation non fidèle du comportement du réseau
  - Résultats inexacts et approximatifs

Motivation

• Analyser les performances d'un réseau sous des trafics généraux issus de traces réelles

- **Problème :**
  - Chaînes de Markov à espace d'état très grand
  - Solution exacte est très difficile voir impossible
  - Calcul numérique rapide impossible (complexité)
- **Proposition :**

  Utiliser l'approche par histogramme et Réduire la taille des distributions en employant des bornes stochastiques

  - Borne stochastique $\Longrightarrow$ le résultat est une borne de la distribution exacte

    $\Longrightarrow$ Bornes sur les mesures de performance
  - Contrôler la taille des distributions $\Longrightarrow$ Contrôler la complexité
  - Compromis entre la qualité des bornes et la complexité du calcul.

Sommaire

Motivation

Description du modèle de file d'attente

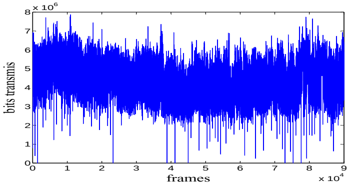
Notre méthodologie

Exemples à partir de traces réelles

Conclusion

Description du modèle de file d'attente

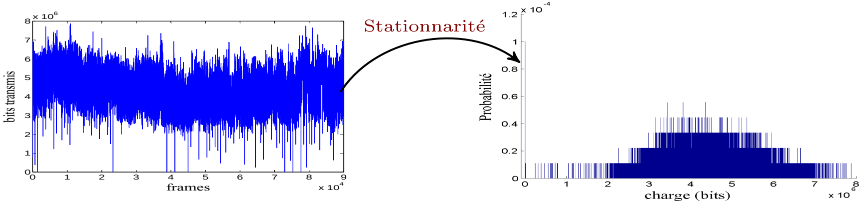
- **Trace du trafic utilisé comme exemple :**



- Trace du trafic MAWI correspondant à une heure de mesure de trafic IP
  9 janvier 2007 entre 12h et 13h
- Échantillonnage avec une période de 40 *ms*

Description du modèle de file d'attente

- **Trace du trafic utilisé comme exemple :**

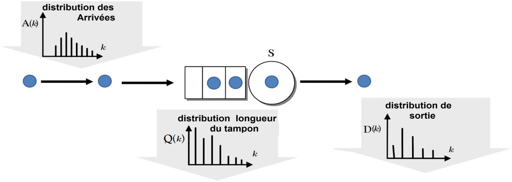


- Trace du trafic MAWI correspondant à une heure de mesure de trafic IP
  9 janvier 2007 entre 12h et 13h
- Échantillonnage avec une période de 40 *ms*

- Représentation en histogramme
- Nombre de bins est de 80511

Description du modèle de file d'attente

- **Modèle de file d'attente :**



Le trafic en entrée est stationnaire et i.i.d. ($A(t) = \mathcal{A}$).

Équations d'évolution

- Équation de récurrence sur la longueur du tampon :

$$Q(k) = \mathtt{min}(B, (Q(k-1) + \mathcal{A} - S)^+), \quad k \in \mathbb{N}. \tag{1}$$

- Distribution de sortie :

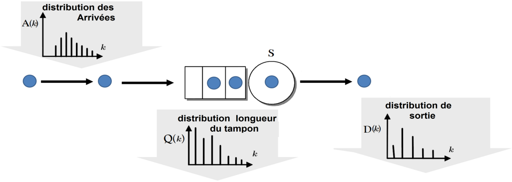
$$D(k) = \mathtt{min}(S, Q(k-1) + \mathcal{A}), \quad k \in \mathbb{N}. \tag{2}$$

  - Chaîne de Markov à temps discret.

Hypothèse : chaînes de Markov ergodiques.

Description du modèle de file d'attente

- **Modèle de file d'attente :**



Le trafic en entrée est stationnaire et i.i.d. ($A(t) = \mathcal{A}$).

Équations d'évolution

- Équation de récurrence sur la longueur du tampon :

$$Q(k) = \mathtt{min}(B, (Q(k-1) + \mathcal{A} - S)^+), \quad k \in \mathbb{N}. \tag{1}$$

- Distribution de sortie :

$$D(k) = \mathtt{min}(S, Q(k-1) + \mathcal{A}), \quad k \in \mathbb{N}. \tag{2}$$

- Inconvénients : Calcul trop coûteux $\longrightarrow$ Histogramme trop grand

Description du modèle de file d'attente

- Distributions empiriques avec un grand nombre de bins (plusieurs milliers)
- Opérations élémentaires : la convolution augmente considérablement la taille de la description du résultat
- La taille de $A \otimes B$ est bornée par la $taille(A) * taille(B)$

Description du modèle de file d'attente

- Distributions empiriques avec un grand nombre de bins (plusieurs milliers)
- Opérations élémentaires : la convolution augmente considérablement la taille de la description du résultat
- La taille de $A \otimes B$ est bornée par la $taille(A) * taille(B)$

Exemple de Convolution

- Deux distributions X et Y définies respectivement sur $\mathcal{G}_X$ et $\mathcal{G}_Y$;
avec $\mathcal{G}_X = \{1, 3, 5\}$ et $\mathcal{G}_Y = \{2, 5\}$;
et des distributions de probabilités : $p_X = [0.2, 0.5, 0.3]$ et $p_Y = [0.6, 0.4]$.
- Distribution Résultante
$p_Z = p_X \otimes p_Y = [0.12, 0.3, 0.08, 0.18, 0.2, 0.12]$ définie sur
$\mathcal{G}_Z = \{3, 5, 6, 7, 8, 10\}$.

La convolution requière $O(|\mathcal{G}_X| \times |\mathcal{G}_Y|)$ operations (+) et
au plus $|\mathcal{G}_X| \times |\mathcal{G}_Y|$ états pour la distribution résultante.

$\Longrightarrow$ Explosion de la taille de l'espace d'état.

Sommaire

Motivation

Description du modèle de file d'attente

Notre méthodologie

Exemples à partir de traces réelles

Conclusion

Bornes stochastiques

- $\mathcal{G} = \{1, 2, \ldots, n\}$ un espace fini.
- X, Y : distributions discrètes à valeur sur $\mathcal{G}$;
- $p_X(i) = prob(X = i)$ et $p_Y(i) = prob(Y = i)$ pour $i \in \mathcal{G}$.

Ordre stochastique sur les distribution $\leq_{st}$

• **Définition de l'ordre** $\leq_{st}$ **:** $\quad X \leq_{st} Y \;\; ssi \quad \sum_{k=i}^{n} p_X(k) \leq \sum_{k=i}^{n} p_Y(k), \qquad \forall i.$

• **Comparaison de fonctions non décroissantes :**

$$X \leq_{st} Y \iff \mathbb{E}[f(X)] \leq \mathbb{E}[f(Y)]$$

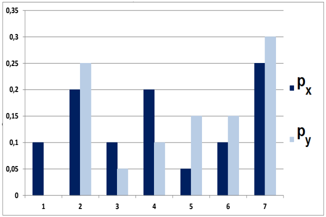
pour toutes les fonctions non décroissantes f, pour lesquelles l'espérance existent.

• Soient F_X et F_Y leurs fonctions de répartition. Alors

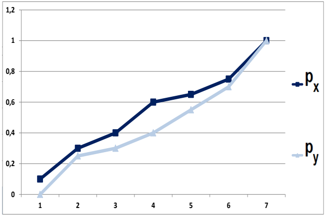
$$X \leq_{st} Y \Leftrightarrow F_X(a) \geq F_Y(a), \; \forall a \in \mathcal{G}$$

Bornes stochastiques

Exemple : $\mathcal{G} = \{1, 2, \ldots, 7\}$, $\boldsymbol{p}_X = [0.1,\ 0.2,\ 0.1,\ 0.2,\ 0.05,\ 0.1,\ 0.25]$ et $\boldsymbol{p}_Y = [0,\ 0.25,\ 0.05,\ 0.1,\ 0.15,\ 0.15,\ 0.3]$.



The pmf of a discrete distributions X and Y



Cumulative distribution functions

Bornes sur les histogrammes

- On a une distribution $\boldsymbol{d}$ et $\boldsymbol{r}$: fonction de récompense positive croissante, $R[\boldsymbol{d}] = \sum \boldsymbol{r}(i)\boldsymbol{d}(i)$.
- Hypothèse : ordre total sur l'espace $\mathcal{H}$, de taille N;
- **Déterminer *d1* et *d2* tel que :**
  1. $\boldsymbol{d2} \leq_{st} \boldsymbol{d} \leq_{st} \boldsymbol{d1}$;
  2. ***d1*** et ***d2*** ont exactement $K << N$ états (pas nécessairement le même). ***d1*** a comme support $\mathcal{H}^u$. ***d2*** a comme support $\mathcal{H}^l$.
  3. $\sum_{i\in\mathcal{H}} \boldsymbol{r}(i)\boldsymbol{d}(i) - \sum_{i\in\mathcal{H}^l} \boldsymbol{r}(i)\boldsymbol{d2}(i)$ est minimal pour les distributions bornes inférieures de $\boldsymbol{d}$ avec K états;
  4. $\sum_{i\in\mathcal{H}^u} \boldsymbol{r}(i)\boldsymbol{d}1(i) - \sum_{i\in\mathcal{H}} \boldsymbol{r}(i)\boldsymbol{d}(i)$ est minimal pour les distributions bornes supérieures $\boldsymbol{d}$ avec K états;

Bornes sur les histogrammes de trafic

Bornes optimales, programmation dynamique

- Problème de théorie des graphes.
- On considère un graphe pondéré $G = (V, E)$ avec :
  - **Borne inférieure :** $w(e) = \sum_{j \in \mathcal{H}: u<j<v} \boldsymbol{d}(j)(\boldsymbol{r}(j) - \boldsymbol{r}(u))$
  - **Borne supérieure :** $w(e) = \sum_{j \in \mathcal{H}: u<j<v} \boldsymbol{d}(j)(\boldsymbol{r}(v) - \boldsymbol{r}(j))$
- Calcul de la borne optimale $\equiv$ Calculer le plus court chemin dans le graphe G avec K nœuds ($K << N$). Complexité : $O(N^2 K)$
- La masse de probabilités des nœuds supprimés est sommée avec
  - **Borne inférieure :** Les prédécesseurs immédiats
  - **Borne supérieure :** Les successeurs immédiats

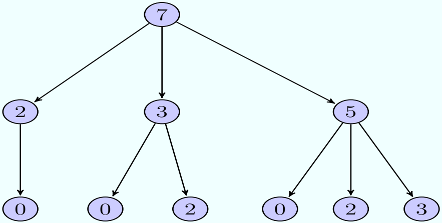
Exemple : Borne supérieure optimale

On considère

- Distribution discrète $\mathcal{A} = (\mathbf{A}, p(\mathbf{A}))$ avec support $\mathbf{A} = \{0, 2, 3, 5, 7\}$ et probabilités $p(\mathbf{A}) = [0.05, 0.3, 0.15, 0.2, 0.3]$

- Fonction de récompense $\boldsymbol{r} : \forall\, a_i \in \mathbf{A}, \boldsymbol{r}(a_i) = a_i$,
$R[\mathcal{A}] = \sum_{a_i \in \mathbf{A}} \boldsymbol{r}(a_i)\, p_{\mathbf{A}}(i) = 4.15$.

► Calculer la borne optimale supérieure $\overline{\mathcal{A}}$ sur 3 états tel que la variation de R est minimale.



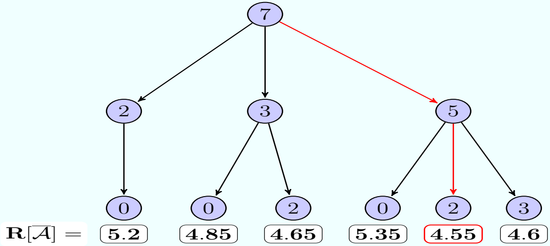
Exemple : Borne supérieure optimale

On considère

- Distribution discrète $\mathcal{A} = (\mathbf{A}, p(\mathbf{A}))$ avec support $\mathbf{A} = \{0, 2, 3, 5, 7\}$ et probabilités $p(\mathbf{A}) = [0.05, 0.3, 0.15, 0.2, 0.3]$

- Fonction de récompense $\boldsymbol{r} : \forall\, a_i \in \mathbf{A},\ \boldsymbol{r}(a_i) = a_i$,
$R[\mathcal{A}] = \sum_{a_i \in \mathbf{A}} \boldsymbol{r}(a_i)\ p_{\mathbf{A}}(i) = 4.15$.

▶ Calculer la borne optimale supérieure $\overline{\mathcal{A}}$ sur 3 états tel que la variation de R est minimale.



Distribution bornante [0.35, 0.35, 0.3] avec support {2, 5, 7}

Résultats théoriques

Objectif : Bornes stochastiques sur le processus d'entrée $\Longrightarrow$ bornes sur les mesures de performance.

Nous avons montré le résultat important suivant :

Monotonie

$$\text{Si } \; A(k) \leq_{st} A^U(k), \forall k \geq 0, \;\; \text{alors } \; Q(k) \leq_{st} Q^U(k), \forall k \geq 0$$

et

$$\text{Si } \; A(k) \leq_{st} A^U(k), \forall k \geq 0, \;\; \text{alors } \; D(k) \leq_{st} D^U(k), \forall k \geq 0.$$

Également vrai pour les processus stationnaires.

Autre algorithme possible

- Une approche approximative divisant l'espace d'états $\mathcal{H}$ en K sous ensembles de même mesure et en calculant la somme des probabilités sur ces sous-ensembles (approche de Hernàndez et *al.* 2007, appelée HBSP).

Sommaire

Motivation

Description du modèle de file d'attente

Notre méthodologie

Exemples à partir de traces réelles

Conclusion

Exemples à partir de traces réelles

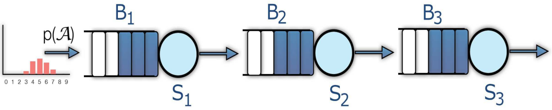
Objectif :
Comparer les différentes méthodes (résultat exact, méthode HBSP et nos bornes).

1- File simple

- Influence du nombre de bins sur la précision des résultats
- Relation entre la taille du tampon et certaines mesures de performance

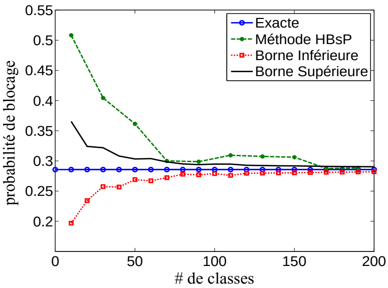
2- Réseau de files d'attente

On considère le réseau en tandem suivant

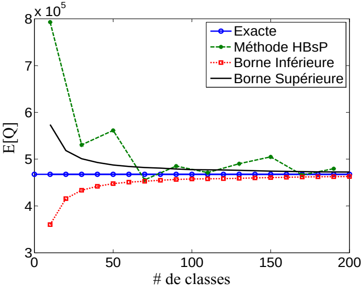


Nombre de bins vs précision : Paramètres QoS en utilisant la trace de trafic MAWI

1- File simple



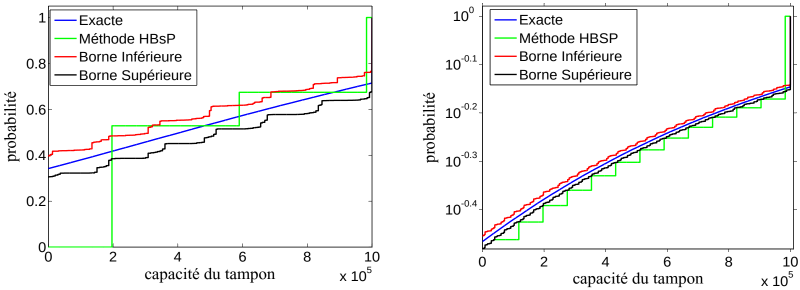
(a) Probabilités de blocage



(b) Moyenne de la longueur du tampon

Influence du nombre de bins sur la précision des résultats

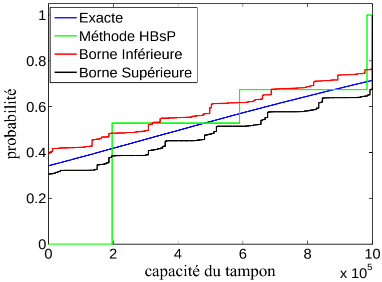
Distribution de probabilités cumulée (cdf) de la longueur du tampon sous la trace MAWI



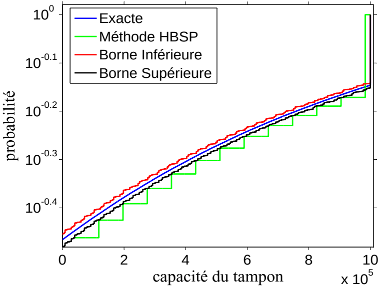
(c) bins=20 (d) bins=100

Influence du nombre de bins sur la précision des résultats

Distribution de probabilités cumulée (cdf) de la longueur du tampon sous la trace MAWI



(e) bins=20

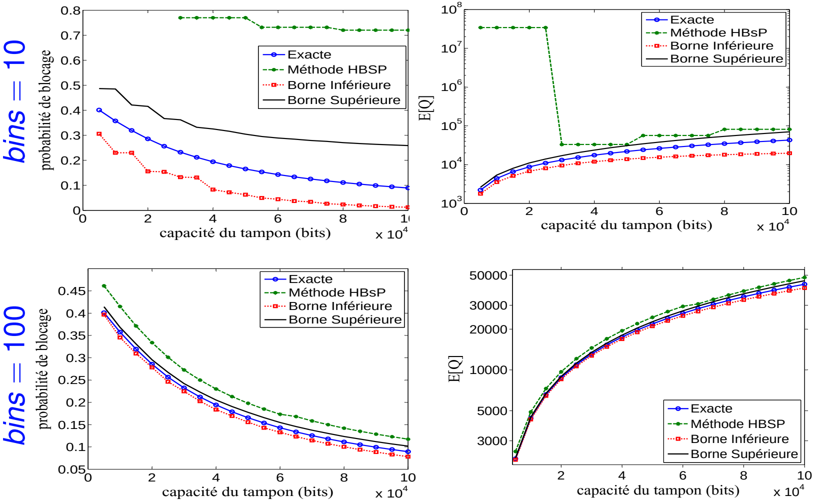


(f) bins=100

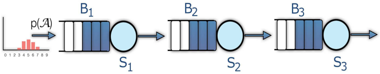
Temps de calcul pour $bins = 100$:

Exacte : 1897 **s** **HBSP :** 0.007 **s, BI :** 0.35 **s** **BS :** 0.33 **s**

Paramètres QoS en utilisant la trace de trafic CAIDA OC-48

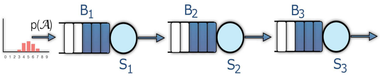


2- Réseau de file d'attente : Réseau en tandem



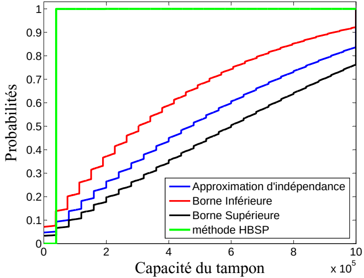
- Hypothèse : indépendance (approximation)
- Chaque file est analysée séparément
- Monotonie $\Longrightarrow$ bornes à chaque étape intermédiaire

2- Réseau de file d'attente : Réseau en tandem

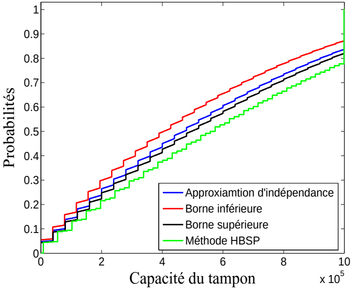


- Hypothèse : indépendance (approximation)
- Chaque file est analysée séparément
- Monotonie $\Longrightarrow$ bornes à chaque étape intermédiaire

Distribution de probabilités cumulée de la longueur du tampon de la file 3.



bins=100



bins=500

Sommaire

Motivation

Description du modèle de file d'attente

Notre méthodologie

Exemples à partir de traces réelles

Conclusion

Conclusion

- Proposer une nouvelle approche fondée sur les bornes stochastiques;
- Deriver des bornes sur différentes mesures de performance : probabilités de blocage, occupation du tampon. . .
- Les bornes sur les performances sont très pertinentes pour le dimensionnement d'une file d'attente.

Notre méthode nous permet de

- Contrôler la taille des distributions;
- Compromis entre la précision et la complexité en changent la taille des distributions.

Merci pour votre attention